ESP-A1-003-*Testo*

Risolvere la seguente equazione:

$$4^{X}2^{X-2}=\frac{8^{2-X}}{16\cdot 2^{1-2X}}$$

ESP-A1-003-*Procedimento*

Si può mettere tutto in base 2

$$\left(2^{2}\right)^{X}\ 2^{X-2}=\frac{\left(2^{3}\right)^{2-X}}{\left(2^{4}\right)2^{1-2X}}$$

$$2^{2X}2^{X-2}=\frac{2^{3(2-X)}}{2^{4}2^{1-2X}}$$

$$2^{2X+(X-2)}=2^{3(2-X)-4-(1-2X)}$$

Ricordando che in generale

$$a^{f(x)}=a^{g(x)}\quad\Rightarrow\quad f(x)=g(x)$$

possiamo "eliminare" le basi e scrivere

$$\cancel{2}^{2X+(X-2)}=\cancel{2}^{3(2-X)-4-(1-2X)}$$

$$2X+(X-2)=3(2-X)-4-(1-2X)$$

$$2X+X-2-6+3X+4+1-2X=0$$

$$4X=3$$

ESP-A1-003-*Soluzione*

$$X=\frac{3}{4}$$

ESP-A1-003-***Note***

Altro metodo: sfruttiamo il fatto che in generale

$A = B \quad \Rightarrow \quad \log A = \log B$

pertanto

$$\log\left[4^X 2^{X-2}\right] = \log\left[\frac{8^{2-X}}{16\cdot 2^{1-2X}}\right]$$

e sfruttando le proprietà dei logaritmi

$$(X)\log 4 + (X-2)\log 2 = (2-X)\log 8 - \log 16 - (1-2X)\log 2$$

$$(X)\log 4 + (X)\log 2 - 2\log 2 = 2\log 8 - (X)\log 8 - \log 16 - \log 2 + (2X)\log 2$$

$$(X)\log 4 + (X)\log 2 + (X)\log 8 - (2X)\log 2 = 2\log 8 - \log 16 - \log 2 + 2\log 2$$

$$(X)(\log 4 + \log 2 + \log 8 - 2\log 2) = 2\log 8 - \log 16 - \log 2 + 2\log 2$$

$$X = \frac{2\log 2^3 - \log 2^4 - \log 2 + 2\log 2}{\log 2^2 + \log 2 + \log 2^3 - 2\log 2} = \frac{6\log 2 - 4\log 2 - \log 2 + 2\log 2}{2\log 2 + \log 2 + 3\log 2 - 2\log 2}$$

$$X = \frac{3\cancel{\log 2}}{4\cancel{\log 2}} = \frac{3}{4}$$

Le proprietà dei logaritmi utilizzate sono:

$$\log_a A + \log_a B = \log_a A\cdot B$$

$$\log_a A - \log_a B = \log_a \frac{A}{B}$$

$$N\log_a A = \log_a A^N$$

Le proprietà delle potenze utilizzate sono:

$$\left(A^N\right)^M = A^{N\cdot M}$$

$$A^N \cdot A^M = A^{N+M}$$

$$A^N : A^M = A^{N-M}$$